

Comment s'y prendre avec la réciproque de Pythagore ?

Problématique !!

On connaît les trois longueurs d'un triangle

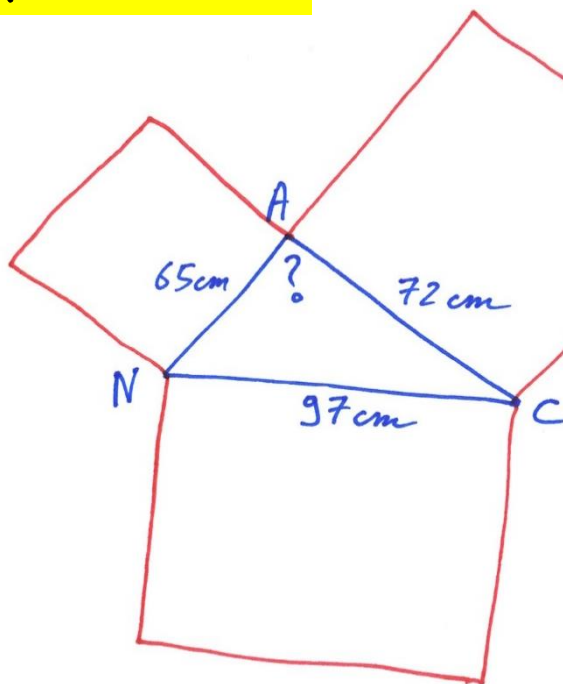
La question est de prouver ce triangle est rectangle ou pas

L'exercice expliqué.

On travaille avec un triangle ACN tel que CN = 65 cm ; NA = 72 cm et AC = 97 cm.
Ce triangle est-il rectangle ?

Quels calculs faire

(Attention, ceci n'est pas rédigé !)



!! On dessine aussi des carrés !

On calcule aussi les aires.

$$65 \times 65 = 4225$$

$$97 \times 97 = 9409$$

$$72 \times 72 = 5184$$

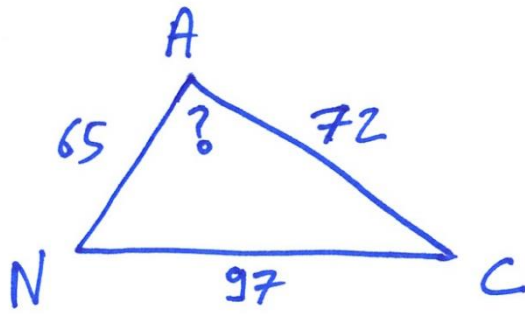
$$4225 + 5184 = 9409$$

oui il est rectangle en N.

Méthode pour prouver qu'un triangle est rectangle ou pas avec Pythagore 2.

- 1) On calcule les aires des trois carrés avec la formule :
Aire d'un carré = côté $\times$ côté
- 2) On additionne les aires du petit et du moyen carré.
- 3) Si le résultat trouvé est égal à l'aire du grand carré, alors le triangle est rectangle.
Si le résultat trouvé n'est pas égal à l'aire du grand carré, alors le triangle n'est pas rectangle.

Comment communiquer lors du brevet ?



Comme on connaît les trois longueurs, on peut vérifier que ce triangle est rectangle avec Pythagore (la réciproque).

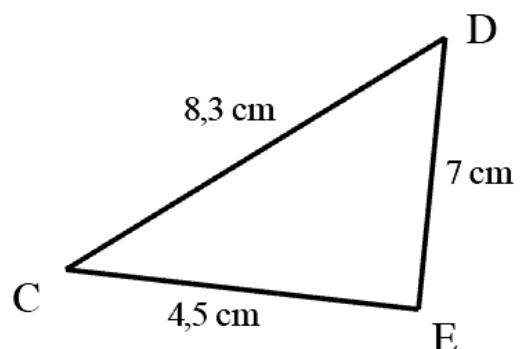
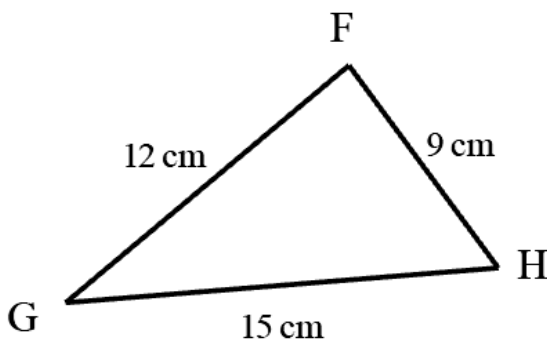
$$NC^2 = 97^2 = 97 \times 97 = \boxed{9409}$$

$$\begin{aligned} AN^2 + AC^2 &= 65^2 + 72^2 \\ &= 65 \times 65 + 72 \times 72 \\ &= 4225 + 5184 \\ &= \boxed{9409} \end{aligned}$$

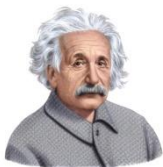
Les résultats sont égaux donc le triangle ANC est rectangle.

Exercice 1 : (à partir de la 4^{ème})

Ces triangles sont-ils rectangles ? Pense à rédiger !

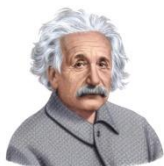


Exercice 2 : (à partir de la 4^{ème})



Dans un triangle rectangle, le plus grand côté est toujours situé en face l'angle droit.

- A) Le triangle NBV tel que $BV = 87$ cm ; $VN = 47$ cm et $BN = 52$ cm est-il rectangle ?
- B) Le triangle FXR tel que $RF = 4,8$ cm ; $XF = 5,5$ cm et $XR = 7,3$ cm est-il rectangle ?
- C) Le triangle TQW tel que $TQ = 10,1$ cm ; $WT = 7,3$ cm et $QW = 6,7$ cm est-il rectangle ?
- D) Le triangle NKP tel que $NK = 40$ cm ; $PN = 41$ cm et $PK = 9$ cm est-il rectangle ?
- E) Le triangle UJD tel que $UJ = 39$ cm ; $JD = 80$ cm et $UD = 89$ cm est-il rectangle ?
- F) Le triangle EGH tel que $GH = 1,6$ cm ; $EG = 6,8$ cm et $EH = 6,5$ cm est-il rectangle ?



L'égalité de Pythagore ne peut s'écrire que si on est sûr et certain que le triangle est rectangle. Ce n'est absolument pas le cas ici, c'est ce qu'on cherche à savoir. On fait les calculs avant pour vérifier qu'on a le droit de l'écrire. C'est donc logique de l'écrire à la fin.

Voilà ce que dit Albert. On doit écrire l'égalité à la fin. C'est plus cohérent.

ERREUR

Tout, tout, tout, vous savez tout sur le triangle!

$RE^2 = RB^2 + EB^2$

$RE^2 = 89 \times 89 = 7921$

$RB^2 = 80 \times 80 = 6400$

$EB^2 = 39 \times 39 = 1521$

$RB^2 + EB^2 = RE^2$

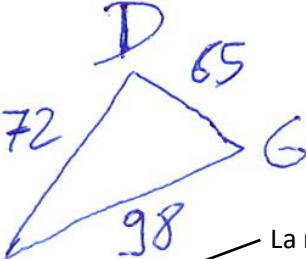
$6400 + 1521 = 7921$

Le triangle BRE est rectangle.

Tu ne peux pas en core l'écrire.

Cette erreur n'est pas grave du tout mais elle peut provoquer une autre erreur qui, elle, est plus gênante. La voici vue sur un autre exemple :

Le triangle DGH est-il rectangle ?



On fait pythagore pour savoir si le triangle DGH est rectangle.

$$DG^2 + DH^2 = 65^2 + 72^2 = 4225 + 5184 = 9409 = \sqrt{9409} = 97$$

Le triangle DGH n'est pas rectangle.

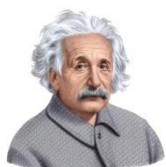
(Note: The word 'erreur' is circled in red next to the result 97.)

Comme on ne sait pas encore si le triangle DGH est rectangle (c'est ce qu'on cherche), on ne peut pas utiliser la racine carrée (contrairement à Pythagore où on sait d'avance que le triangle est rectangle).

Précision nécessaire :

Pour les nombreux élèves qui me disent en classe « Oui mais moi je suppose que ce triangle est rectangle, enfin je fais comme si il était rectangle, vous comprenez monsieur ? Et bien j'applique Pythagore dans ce triangle. J'ai le droit car j'imagine qu'il est rectangle mais j'en suis pas sûr(e), on est bien d'accord hein ? Avec mon calcul, je trouve que HG mesure 97 mais comme sur votre croquis, il est marqué 98, ça prouve bien que ce triangle n'est pas rectangle. J'ai bon ? ».

A.Piétot répond : « Oui, ça fonctionne. C'est même un super raisonnement. Cependant, je ne vous autorise pas à l'utiliser au collège. Dans un cas, ce raisonnement provoque une erreur logique qu'on peut vous expliquer proprement au lycée. Donc, s'il vous plaît, n'utilisez la racine carrée que lorsque vous êtes sûr(e) que le triangle est bien rectangle dès le départ. Merci !

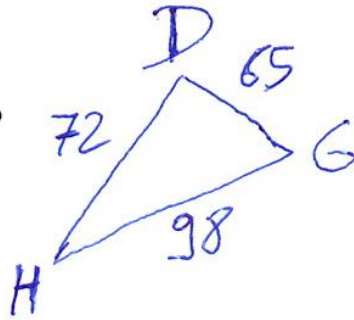


Allez, on fait comme ça sans trop bouter. En plus, vous avez le choix ! Vous pouvez refaire l'exercice 2 en y apposant cette rédaction.



Un premier style de rédaction pour la réciproque de Pythagore :

Le triangle DGH est-il rectangle ?



Comme DGH est un triangle et que je connais tous ses côtés j'applique Pythagore (la réciproque).

$$DG^2 = 65^2 = 4225$$

$$DH^2 = 72^2 = 5184$$

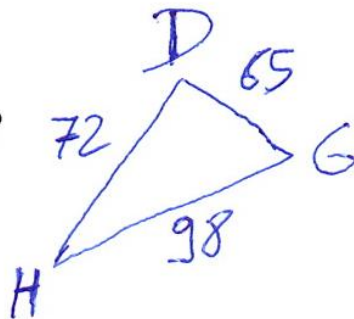
$$HG^2 = 98^2 = 9604$$

$$DG^2 + DH^2 = 4225 + 5184 = 9409 \neq 9604$$

Le triangle n'est pas rectangle car $HG^2 \neq DG^2 + DH^2$.

Un second style de rédaction pour la réciproque de Pythagore :

Le triangle DGH est-il rectangle ?



$$DH^2 = 72^2 = 72 \times 72 = 5184$$

$$DG^2 = 65 \times 65 = 4225$$

$$HG^2 = 98 \times 98 = 9604$$

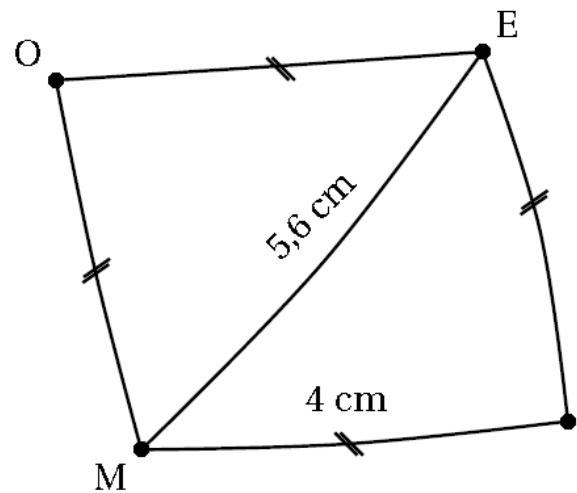
$$5184 + 4225 = 9409$$

Comme $HG^2 \neq DG^2 + DH^2$ Pythagore prouve que ce n'est pas rectangle (la réciproque)

Entrainement brevet n° 1 : (à partir de la 4^{ème})

Voici la figure à main levée d'un quadrilatère :

1. Reproduire en vraie grandeur ce quadrilatère .
2. Pourquoi peut-on affirmer que OELM est un losange?
3. Marie soutient que OELM est un carré, mais Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai.
Qui a raison? Pourquoi?

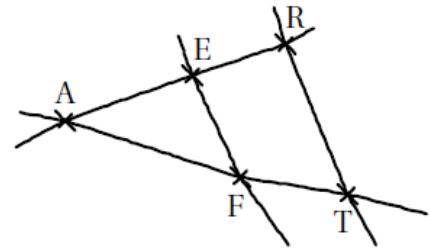


Entrainement brevet n° 2 : (à partir de la 3^{ème})

On considère la figure ci-contre, réalisée à main levée et qui n'est pas à l'échelle.

On donne les informations suivantes :

- les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A;
- $AE = 8\text{ cm}$, $AF = 10\text{ cm}$, $EF = 6\text{ cm}$;
- $AR = 12\text{ cm}$, $AT = 14\text{ cm}$



1. Démontrer que le triangle AEF est rectangle en E.
2. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{EAF}$ au degré près.
3. Les droites (EF) et (RT) sont-elles parallèles?